PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

Profesor
Fortunato Mendoza

TANTO POR CIENTO

OPERACIONES Y APLICACIONES COMERCIALES

TANTO POR CUANTO

En general

$$\text{a por b de N} = \frac{a}{b} N$$

tanto cuanto

Ejemplo:

$$* \ 20 \text{ por } 60 \text{ de } 360 = \frac{20}{60} * 360 = 120$$

$$* \ 35 \text{ por } 80 \text{ de } 720 = \frac{35}{80} * 720 = 315$$

TANTO POR CIENTO

En general:

$$\text{a por 100 de N} = \text{a \% de N} = \frac{a}{100}\text{N}$$

Ejemplo

$$* \ 20\% \text{ de } 30 = \frac{20}{100}.30 = 6$$

$$* \ 37\% \text{ de } 450 = \frac{37}{100}.450 = 166{,}5$$

TANTO POR CIENTO

TANTO POR MIL

En general:

$$\text{a por 1000 de N} = \text{a ‰ de N} = \frac{a}{1000}\text{N}$$

Ejemplo

$$* \ 80 \text{ ‰ de } 400 = \frac{80}{1000} . 400 = 32$$

PARTES POR MILLON (ppm)

En general:

$$\text{a por } 10^6 \text{ de N} = \text{a ppm de N} = \frac{a}{10^6}\text{N}$$

Ejemplo

$$* \ 60 \text{ ppm de } 80000 = \frac{60}{10^6} . 80000 = 4{,}8$$

TANTO POR CIENTO

Nota: Todo tanto por ciento tiene su equivalente en fracción y toda fracción tiene su equivalente en tanto por ciento

Ejemplos:

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Ejemplos:

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \cdot 100\% = 60\%$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \cdot 100\% = 62{,}5\%$$

$$100\% = 1$$

$$1 = 100\%$$

TANTO POR CIENTO

OPERACIONES CON PORCENTAJES

Ejemplos:

* $20\%A + 30\%A = 50\%\ A$

* $70\%B - 30\%B = 40\%B$

Nota: $N = 100\%N$

* $N + 10\%N = 110\%\ N$

* $N - 30\%N = 70\%N$

Porcentaje de porcentaje

Ejemplo:

Calcular el 60% del 10% del 40% de 500

Rpta: $60\%10\%40\%\ 500$

$$(0{,}60)(0{,}10)(0{,}40).500 = 12$$

TANTO POR CIENTO

PARTE DE UN TOTAL EXPRESADO EN PORCENTAJE

Ejemplos:

a) ¿Qué tanto por ciento de 40 es 12?

Total Parte

Rpta: $\frac{Parte}{Total} * 100\% = \frac{12}{\cancel{40}}.100\cancel{\%} = 30\%$

Total: 60 $\begin{cases} H : 48 \\ M \end{cases}$

b) ¿Qué porcentaje de 80 es 25?

Rpta: $\frac{25}{80}.100\% = 31{,}25\%$

Rpta: $\frac{48}{60} \times 100\% = 80\%$

c) ¿Qué porcentaje de "A" es "B"?

Rpta: $\frac{B}{A}.100\%$

PROBLEMAS

Ejercicio:

Ana tiene 20 años ¿En qué tanto por ciento se habrá incrementado dicha edad, cuando cumpla 32 años?

A) 40% B) 20% C) 50% D) 60% E) 80

Resolución

Ana tiene 20 años

Cuando cumpla 32 años

Su edad se habrá incrementado en 12 años

Piden: $\frac{12}{20}.100\%$ = 60%

Clave: D

Descuentos Sucesivos

Ejemplo:

El precio inicial de un artículo es S/. 800. Si luego se le hace dos descuentos sucesivos del 10% y 20% ¿cuánto es el precio final?

Resolución:

Precio inicial = 800

Descuentos sucesivos : 10% y 20%

Precio final = 90% 80% 800

Precio final = 576

$P_{final} = 80\%(90\% \cdot 800)$
$= 576$

$\square - 10\% \cdot \square = 90\% \cdot \square$

$\triangle - 20\% \cdot \triangle = 80\% \cdot \triangle$

Aumentos Sucesivos

Ejemplo:

El precio inicial de un artículo es S/. 800. Si luego se le hace dos aumentos sucesivos del 10% y 20% ¿cuánto es el precio final?

Resolución:

Precio inicial $= 800$

Aumentos sucesivos : 10% y 20%

Precio final $= 110\%120\%800$

Precio final $=1056$

$Pf = 120\%110\%.800$

$= 1056$

$\square + 10\%.\square = 110\%.\square$

$\bigcirc + 20\%.\bigcirc = 120\%.\bigcirc$

PROBLEMAS

Ejercicio:

Una persona tenía S/. 4000 apostó todo su dinero ganando el 20%. Luego apostó todo que tiene perdiendo el 30% y por última vez apuesta todo el dinero que le queda ganando el 40%. ¿ Cuánto tiene finalmente?. ¿ Ganó o perdió y cuánto?

Resolución

Tenía: S/. 4000

G: 20% ; P: 30% ; G: 40%

Al final tiene:

120% 70%140%(4000) = S/ 4704

Ganó: = 4704 - 4000 = S/. 704

APLICACIONES COMERCIALES

Elementos:

Pc: Precio de Costo

Pv: Precio de Venta

G: Ganancia

P : Pérdida

1) Si hay ganancia

Ejemplo

$P_C = S/.120$

$P_v = S/.250 \longrightarrow$ G= $S/.130$

Se cumple: $\boxed{P_v = P_c + G}$

2) Si hay pérdida

Ejemplo:

$$P_C = S/.120$$

$$P_v = S/.100 \longrightarrow \text{P}= S/.20$$

Se cumple: $\boxed{P_v = P_c - \text{P}}$

Donde P es la pérdida

Nota:

Si en un problema nos dan la ganancia o pérdida en porcentaje y no nos dicen respecto a quién, entonces se sobreentenderá que es respecto al precio de costo

Ejemplo $G = 40\% P_c$; $P = 30\% P_c$

3) Si al momento de vender se hace una rebaja o descuento

Ejemplo:

$$P_f = S/.300 \xrightarrow[\text{S/. 50}]{\text{Rebaja}} P_v = S/.250$$

$\boxed{Pc = S/180}$

Se cumple :

$$\boxed{\boldsymbol{P_v = P_f - Rebaja}}$$

Donde P_f es el precio fijado inicialmente para la venta

Nota:

Si en un problema nos dan la rebaja o descuento en porcentaje sin indicar respecto a quien, entonces se sobrentenderá que es respecto al precio fijado

Ejemplo:

$$\boxed{P_f} \xrightarrow[30\%\ P_f]{\text{Rebaja}} P_v = 70\%\ P_f$$

4) Sea G_B : Ganancia bruta
G_N : Ganancia neta

Ejemplo:

Pc = S/. 130

Pv = S/. 300

G_B = S/.170

Gastos = S/. 30

G_N = S/. 140

Se cumple:

$$\mathbf{P_v = P_c + G_B}$$

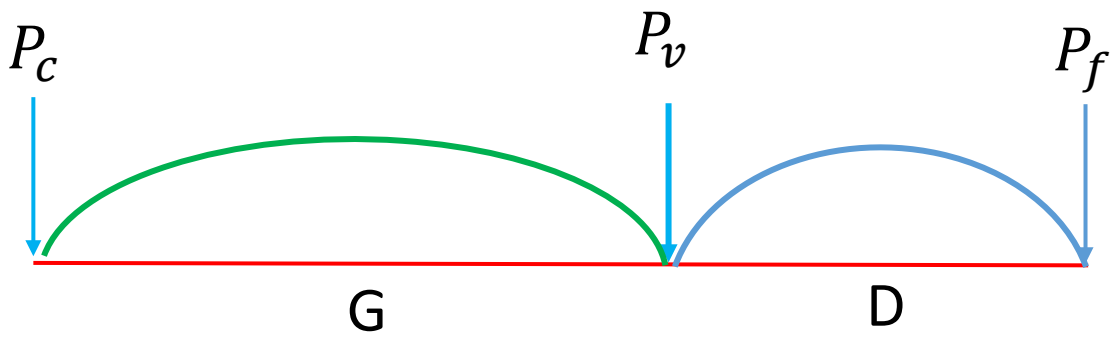
Donde:

$$\mathbf{G_B = G_N + Gastos}$$

TANTO POR CIENTO

GRÁFICO

Caso I:

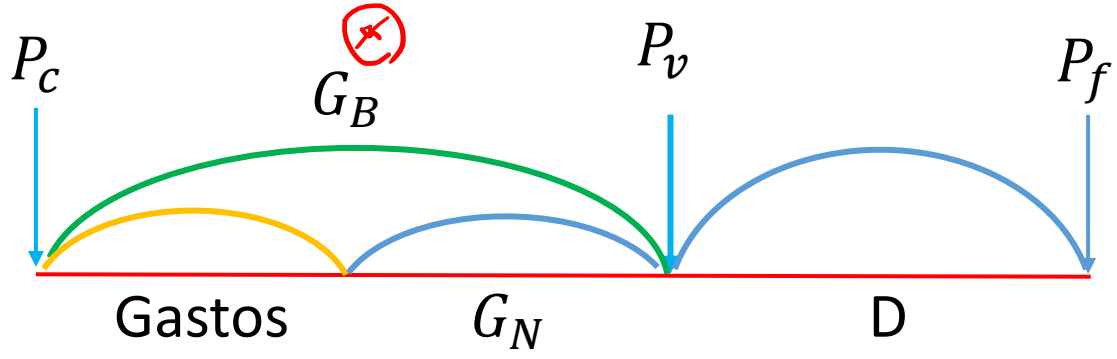


Se cumple:

$$\mathbf{P_v = P_f - D}$$

$$\mathbf{P_v = P_c + G}$$

Caso II:



Se cumple:

$$\mathbf{P_v = P_c + G_B}$$

Donde:

$$\mathbf{G_B = G_N + Gastos}$$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. El m% de 75 es igual a 60 y el n% de 60 es igual a 75. Calcule el (n-m)% de 80.

A) 24 **B) 32** **C) 36**

D) 48 **E) 54**

Resolución

Se tiene:

$$\frac{m}{100}.75 = 60 \quad \rightarrow \quad m = 80$$

$$\frac{n}{100}.60 = 75 \quad \rightarrow \quad n = 125$$

Piden: $\frac{(n-m)}{100}.80 = \frac{45}{100}.80 = 36$

Clave: C

02. El exceso del dinero de A al de B equivale al 20% del dinero de C y el exceso de B a C equivale al 10% del dinero de A. Si A tiene S/. 200, ¿cuánto tiene B?

A) S/. 190 B) S/. 180 C) S/. 160 D) S/. 170 E) S/. 150

Resolución

Por dato:

A – B = 20%C .....(1)

B – C = 10%A .....(2)

(1) + (2) A – C = 20%C + 10%A ➡ 90%A = 120%C

Dato: A = 200

Reemplazamos: 90(200) = 120 C ➡ C = 150

En (1) 200 – B = 20%(150)

200 – B = 30 ➡ B = 170 **Clave: D**

$20\% \, 150 = \frac{20}{100} \times 150$

$= 30$

$20 \times \frac{1}{5} \times 150 = 30$

PROBLEMAS

03. En un congreso de profesionales, el 80% del total de asistentes son ingenieros, el 15% son abogados y el resto son médicos. Si en el transcurso del congreso se retiraron 48 ingenieros y 12 abogados, entonces los médicos serán ahora el 6% del nuevo total. Entonces, el número inicial de ingenieros fue:

A) 360 B) 320 C) 288 D) 268 E) 248

Resolución

Sea N el total de personas:

	INICIO	FINAL
Ingenieros:	80%N	80%N - 48
Abogados:	15%N	15%N - 12
Médicos:	5%N	$\boxed{5\%N}$
	N	$\boxed{N - 60}$ → Nuevo total

Dato: $5\%N = 6\%(N - 60)$ → $5N = 6N - 360$ → $N = 360$

Piden: $80\%N = 80\%(360) = 288$ **Clave: C**

04. ¿A qué porcentaje del precio de venta equivale una ganancia del 60% del precio de costo?

A) 25,6% **B) 34,5%** **C) 32,5%**

D) 28,5% **E) 37,5%**

Resolución

Sea $P_c = S/.100$

$\boxed{G = 60}$ Parte

Como: $P_v = P_c + G \rightarrow \boxed{P_v = 160}$ Total

Piden: $\dfrac{60}{160} * 100\% = 37{,}5\%$

Clave: E

05. Se vende un pantalón en S/. 120 ganando el 30% del precio de costo más el 9% del precio de venta. ¿Cuál es el precio de costo del pantalón?

A) S/. 84 B) S/. 168 C) S/. 126 D) S/. 42 E) S/. 35

Resolución:

Pv = 120

G = 30%Pc + 9%Pv Pc = ??

Se cumple Pv = Pc + G

Pv = Pc + 30%Pc + 9%Pv

91%Pv = 130%Pc

91(120) = 130Pc → Pc = 84

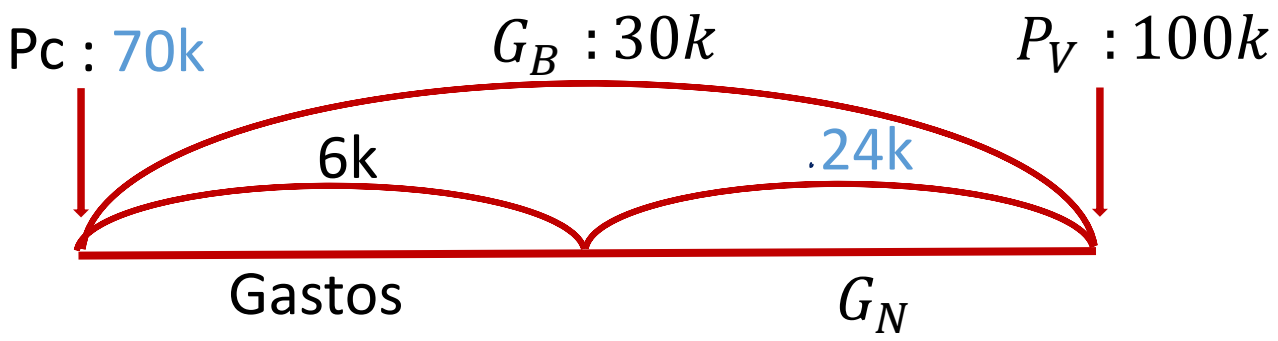
Clave: A

06. Un comerciante vende un artículo con una ganancia bruta igual al 30% del precio de venta. Dicha venta le produjo un gasto del 20% de la ganancia bruta. Calcular el precio de costo de dicho artículo, si la ganancia neta fue S/. 2 520.

A) S/. 7 320 **B) S/. 7 240** **C) S/. 7 250**

D) S/. 7 350 **E) S/. 7 500**

Resolución



Dato: 24k = 2520 → k = 105

20% 30k = 6k

Piden $P_c = 70k = 70(105)$

$P_c = 7350$

Clave: D

07. Si a una cantidad se le quita su 10%, luego al resultado se le aumenta su 20% y finalmente al nuevo resultado se le quita su 30% se obtendría como resultado final 37 800. Calcule la cantidad inicial.

A) 50 000 **B) 52 000** **C) 48 000**
D) 54 000 **E) 56 000**

Resolución

Cantidad inicial: N

Quita: 10% ; aumenta: 20% ; quita: 30%

Resultado final

$$90\%\,120\%\,70\%\,N = 37800$$

$$\therefore N = 50\,000$$

$$[(37800 \div 0{,}90) \div 1{,}20] \div 0{,}70$$

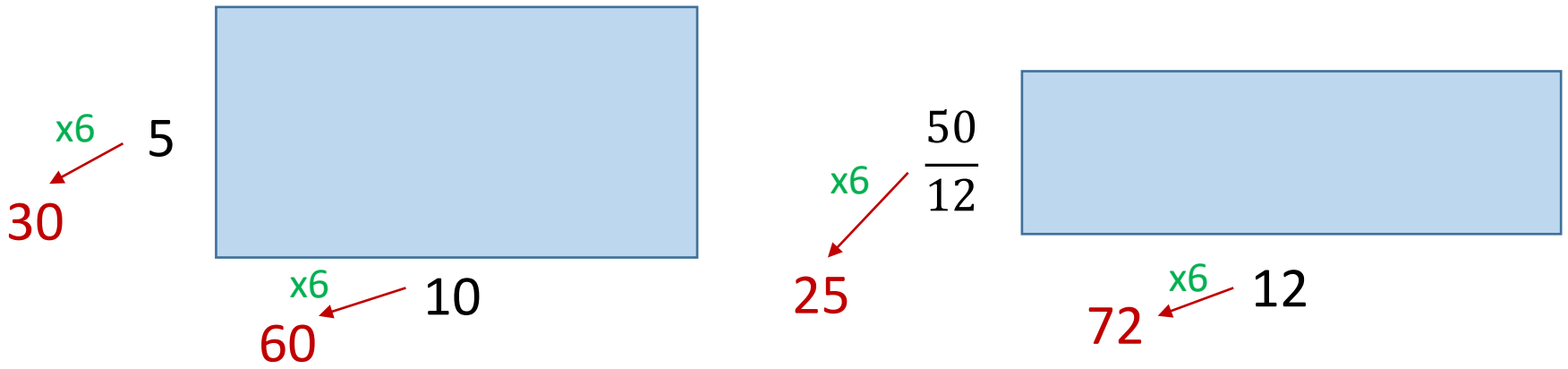
Clave: A

08. Si la base de un rectángulo aumenta en un 20% y su altura varía de tal forma que el área permanece constante, ¿en qué porcentaje varía el perímetro, si la base era el doble de la altura?

A) Aumenta en 10% **B) Disminuye en 8%** **C) Aumenta en 7,7%**

D) Disminuye en 6% **E) Aumenta en 6%**

Resolución



Perímetro inicial = 180

Perímetro final = 194

$\text{Aumenta} = 14$

$$\therefore \textit{Aumenta en } \frac{14}{180} \,.\, 100\% = 7{,}7\%$$

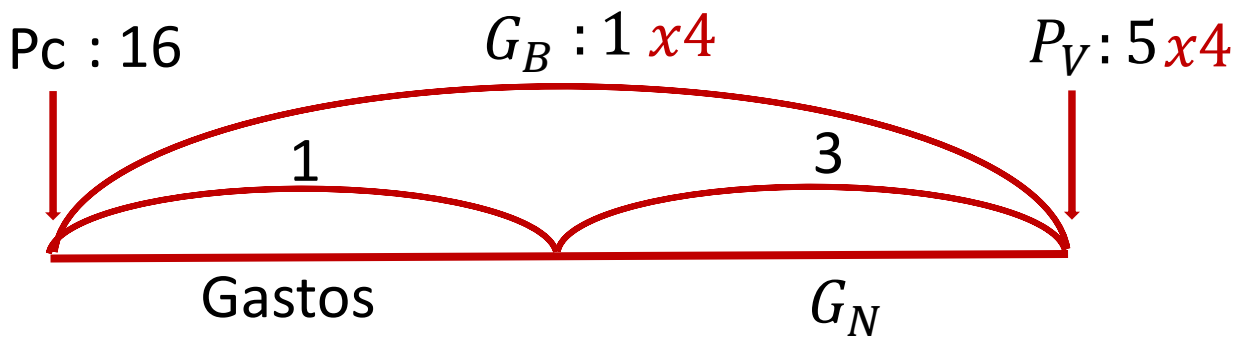
Clave: C

09. El precio de venta y la ganancia bruta se encuentran en la relación de 5 a 1, mientras que la ganancia neta y la ganancia bruta están en la relación de 3 a 4. ¿Qué tanto por ciento del precio de costo representa los gastos adicionales?

A) 5,75% **B) 6,25%** **C) 6%**

D) 4% **E) 4,25%**

Resolución



Piden: $\frac{1}{16} * 100\% = 6{,}25\%$

Clave: B

PROBLEMAS

10. Se vende el 30% de una mercadería ganando el 20% del costo, también se vende el 50% perdiendo el 20% del costo y el resto ganando el 15%. Luego:

A) Se ganó 12%

B) Se perdió 2%

C) Se perdió 1%

D) Se ganó 1%

E) Se perdió 1,5%

Resolución

Sea costo total = S/100

1°) $P_{c_1} = 30 \rightarrow \quad G_1 = 20\%30 = 6$

2°) $P_{c_2} = 50 \rightarrow \quad P_2 = 20\%50 = \boxed{10}$

3°) $P_{c_3} = 20 \rightarrow \quad G_3 = 15\%20 = 3$

Como G_1+G_3= S/.9 ; P_2= S/. 10

Perdió: S/ 1

$\therefore Perdió\ el\ 1\%$ **Clave: C**

PROBLEMAS

11. En un curso el 15% falta por enfermedad y el 10% por estar en reuniones. Si sólo asistieron 30 alumnos, entonces los matriculados en el curso son:

A) 55 **B) 120** **C) 40** **D) 70** **E) 45**

Resolución

Sea N el total de matriculados

Faltaron $\begin{cases} \text{Por enfermedad} : 15\%\ N \\ \text{Por reuniones} : 10\%\ N \end{cases}$ $> 25\%\ N$

Asistieron: 75% N

Dato: 75% N = 30

$30 \div 0{,}75 = 40$

N = 40 **Clave: C**

PROBLEMAS

12. En una industria se han fabricado 1 000 productos, el 60% de ellos han sido fabricados por la máquina A y el resto por la máquina B. Si se sabe que el 5% de lo fabricado por A y el 4% de B son defectuosos, ¿cuántos defectuosos hay en estos 1 000 productos?

A) 50 B) 90 C) 45 D) 46 E) 40

Resolución

Total: 1000 productos

Máquina A: 60% 1000 = 600

Máquina B: 400

Defectuosos = 5%(600) + 4%(400)

= 30 + 16

Defectuosos = 46 **Clave: D**

PROBLEMAS

13. Al sueldo de un empleado se le hace un aumento del 20% al comenzar el año y en el mes de julio un aumento del 10% sobre el total. ¿Qué tanto por ciento del sueldo del año anterior estará recibiendo en agosto?

A) 120 **B) 105** **C) 110**
D) 130 **E) 132**

Resolución

Sea el sueldo del año anterior: S/100

Al comenzar el año: 100 +20= S/.120

Sueldo en Julio : 120 + 12 = S/.132

Sueldo en Agosto: S/132

20% 100 = S/20

10% 120 = S/12

Rpta: 132%

Clave: E

14. Si el m% del n% de un número es igual al p% de la mitad de dicha cantidad, además la diferencia entre el m% y el n% de 12 600 es 2 520, y el m% de 10 000 es igual a p% de 6 250, calcular (m + n - p)% de 20 000.

A) 4 900 **B) 3 800** **C) 4 000**

D) 4 500 **E) 4 200**

Resolución

$$\frac{m}{100}\cdot\frac{n}{\cancel{100}}\cdot\cancel{N} = \frac{p}{\cancel{100}}\cdot\frac{1}{2}\cancel{N} \rightarrow \frac{mn}{100} = \frac{p}{2} \quad ....(1)$$

$$\frac{(m-n)}{\cancel{100}}\cdot 126\cancel{00} = 2520 \rightarrow \boxed{m - n = 20}$$

$$\frac{m}{\cancel{100}}\cdot 10000 = \frac{p}{\cancel{100}}\cdot 6250 \rightarrow \frac{m}{p} = \frac{5}{8} \rightarrow \begin{array}{l} m = 5k \\ p = 8k \end{array}$$

En (1): $\frac{(5\cancel{k})n}{100} = \frac{8\cancel{k}}{2} \rightarrow n = 80 \rightarrow m = 100 \;;\; p = 160$

Piden: $(m + n - p)\% \cdot 20000 = 20\% \cdot 200\cancel{00} = 4000$

Clave: C

15. En un encuentro de exalumnos se pensaba gastar inicialmente S/. 2 400 y S/. 8 000 en bebidas y alimentos, respectivamente, proyectando el gasto para 250 personas. La reunión tuvo que postergarse dos meses más y se previó la llegada de 50 alumnos más. Debido a la inflación, los precios de las bebidas subieron 15% y de los alimentos 5%. ¿Cuál debe ser el nuevo presupuesto que debe proyectarse en total?

A) 16 854 B) 13 392 C) 14 516 D) 12 721 E) 12 480

Resolución

Para 250 personas

	Presupuesto		Después de 2 meses
Bebidas	2400	→	$115\% \,.\, 2400 = 2760$
Alimentos	8000	→	$105\% \,.\, 8000 = 8400$
	10400		11160

Luego:

D

Personas	Presupuesto
250	S/11160
300	P

Se cumple

$$\frac{250}{11160} = \frac{300}{p} \rightarrow P = S/13392$$

Clave: B

16. Hugo compró 78 carneros a 300 soles cada uno. Una parte de ellos los vendió ganando el 25% y el resto perdiendo el 12%. Si este negocio ha ocasionado una ganancia de 1 632 soles, ¿cuántos carneros vendió perdiendo el 12%?

A) 36 B) 38 C) 39 D) 40 E) 42

Resolución

Hugo compró 78 carneros a S/300 c/u

$P_c = 78 * 300 = 23400$

1ra Venta: Vendió x carneros

$P_{c_1} = x.300 \rightarrow G_1 = 25\% x.300 = 75x$

Si $G_1 = S/\,800$

$P_2 = S/\,600 > G_T = 200$

2da Venta: Vendió (78-x) carneros

$P_{c_2} = (78 - x)300 \rightarrow P_2 = 12\%\,(78 - x)300 = 36(78-x)$

Dato: $G_1 - P_2 = 1632$

$75x - 36(78 - x) = 1632 \rightarrow x = 40$

Piden 78 - x $= 78 - 40 = 38$

Clave: B

17. Al comprar un producto se obtiene un descuento del 20% del precio de lista. ¿Qué precio se fijó para su venta, que permita ganar un 5% del precio de lista, de tal forma que se pueda ofertar 2 descuentos sucesivos del 40% y 30%, ¿qué porcentaje del precio de lista es el precio fijado por el comerciante?

A) 175% **B) 185%** **C) 200%** **D) 202,38%** **E) 203%**

Resolución

Fábrica: P_L

$P_c = 80\%P_L$

$$P_f \xrightarrow[40\%\ y\ 30\%]{D.S} P_v = 60\%70\%P_f$$

$$P_v = 42\%P_f$$

$G = 5\%P_L$

Se cumple $P_v = P_c + G$

$$\underbrace{42\%}_{0,42}P_f = 85\%P_L \rightarrow P_f = 202{,}38\%\ P_L$$

Rpta: 202,38%

$P_f = \underline{xy.}\ P_L$

Clave: D

18. Cierta mercadería se ha vendido de la siguiente manera:

- La cuarta parte ganando el 15%.

- 2/3 del resto ganando el 20%.

- Y lo que queda perdiendo el 9%.

Si luego de todas las ventas se obtuvo una ganancia total de S/. 92, ¿cuánto se obtuvo por la venta de toda la mercadería?

A) S/. 800 **B) S/. 898** **C) S/. 950**

D) S/. 708 **E) S/. 892**

Resolución

Sea: Costo total $= 4k$

$P_{c_1} = k \rightarrow G_1 = 15\%k$

$P_{c_2} = 2k \rightarrow G_2 = 20\%(2k) = 40\%\ k$

$P_{c_3} = k \rightarrow P_3 = 9\%k$

Dato: $G_{total} = 92 \rightarrow G_1 + G_2 - P_3 = 92$

15% k + 40% k – 9% k = 92

46% k = 92 → k = 200

Costo total $= 4(200) = 800$

Piden: Venta total $=$ Costo total $+ G_{total}$

$\therefore$ Venta total $= 800 + 92 = 892$ **Clave: E**

19. Jorge vende un televisor ganando el 20% del precio de venta, de esta ganancia entrega el 20% a Hernando por su colaboración en el negocio y de lo restante utilizó el 10% para pagar el transporte, obteniendo como ganancia neta S/. 144. ¿Cuánto le costó a Jorge dicho televisor?

A) S/. 750 **B) S/. 800** **C) S/. 850**

D) S/. 890 **E) S/. 900**

Resolución

Sea P_v = 100k

$$G = 20k \begin{cases} Hernando = 4k \\ Restante = 16k \end{cases} \begin{cases} Transporte = 1{,}6k \\ G_N = 14{,}4k \end{cases}$$

Dato: 14,4 k = 144 → k = 10

Piden $P_c = P_v - G = 80k$

$P_c = 80(10) = 800$

Clave: B

PROBLEMAS

20. El precio de costo de un artículo es S/. 2 500. ¿Qué precio se fijó para su venta al público, sabiendo si al venderlo se hacen 2 descuentos sucesivos del 15% y 20%, y todavía se está ganando el 44% del 20% del precio del costo?

A) S/. 2 500 **B) S/. 3 000** **C) S/. 4 000**
D) S/. 4 500 **E) S/. 5 000**

Resolución

$P_c = 2500$

$$\boxed{P_f = ??} \xrightarrow[15\%\ y\ 20\%]{D.S} P_v = 85\%\ 80\%\ P_f$$

$$P_v = 68\%\ P_f$$

G = 44% 20% 2500 → G = 220

Como $P_v = P_c + G$

$68\% P_f = 2720$

$\therefore P_f = 4000$

Clave: C

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS

01. En una de las reuniones de confraternidad ~~entre~~ asistieron 100 personas de los cuales el 70% son mujeres ¿Cuántas parejas deben llegar a la reunión para que el número de varones sea el 60% de las mujeres?

A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

$70\% \cdot 100 = 70$

Resolución:

	INICIO	FINAL
Total: 100	V : 30	$\rightarrow 30+n$
	M : 70	$\rightarrow 70+n$

Llegan "n" parejas (n varones y n mujeres)

Dato $30+n = \frac{\cancel{60}^{3}}{\cancel{100}_{5}}(70+n)$

$150+5n = 210+3n$

$2n = 60 \rightarrow n = 30$

03. Al vender un celular en S/.540 se ganó el 25% de su costo. Si el beneficio neto fue de S/.48. Calcular los gastos que produce dicha venta.

A) S/.25 B) S/.60 C) S/.353
D) S/.140 E) S/.40

$$PV = PC + GB$$

$$PV - PC = GB$$

Resolución:

$PV = S/540$

$G_B = 25\% PC$

$G_N = S/48$

gastos = ??

$PV = PC + GB$

$540 = PC + 25\% PC$

$540 = 125\% PC \rightarrow PC = S/432$

$GB = 108$

Como $GB = GN + gastos$

$108 = 48 + gastos$

$\therefore$ gastos $= S/60$